

# Geometrische Körper

## Erkennen und Sortieren als Grundlage der Begriffsbildung

**Jürgen Roth** Geometrische Körper finden sich überall in der Umwelt der Kinder. Sie haben verschiedene Funktionen, Farben, Größen und bestehen aus unterschiedlichen Materialien. Oft muss man, um sie wahrzunehmen, abstrahieren.

*In dieser Stunde geht es darum, geometrische Objekte der Umwelt zu erkennen und zu ordnen. Auf diese Weise sollen – auch durch Kontrastierung – Eigenschaften einzelner Körperformen entdeckt und herausgestellt werden.*

### Stufen des Begriffsverständnisses

Das Lernen der Begriffe von geometrischen Figuren ist in der Regel ein langfristiger Prozess, der mehrere Stufen durchläuft. Zunächst wird der *Begriff als Phänomen* erfasst. Die Schüler verfügen über ein intuitives Begriffsverständnis, können also Beispiele für den Begriff angeben und wissen, was nicht zu einem Begriff gehört, ohne dass sie dies in der Regel schon begründen können. Auf der nächsten Stufe, dem inhaltlichen Begriffsverständnis, erfassen die Schüler den *Begriff als Träger von Eigenschaften*. Sie erkennen wichtige Eigenschaften des Begriffs und können mithilfe dieser Eigenschaften begründen, warum ein Objekt zu einem Begriff gehört bzw. warum es nicht zu einem Begriff gehört. Die letzte Stufe des Begriffsverständnisses, die noch an der Grundschule relevant sein kann, ist das *integrierte Begriffsverständnis*. Hier geht es darum, den Begriff als Teil eines Begriffsnetzes zu erfassen und insbesondere die Beziehungen von Eigenschaften untereinander sowie die Beziehungen zu anderen Begriffen zu kennen.

### Grundvorstellungen zu Begriffen geometrischer Körper aufbauen

Die hier vorgestellte Unterrichtseinheit ist am Übergang zwischen der ersten und zweiten Stufe des Begriffsverständnisses angesiedelt. Aufbauend auf Alltagserfahrungen der Schüler mit geometrischen Körpern und dem daraus resultierenden intuitiven Begriffsverständnis werden erste Eigenschaften erarbeitet und so ein inhaltliches Begriffsverständnis entwickelt.

### Einstieg

Als Unterrichtseinstieg eignen sich Bilder von Alltagsobjekten, die auf einer Folie gemeinsam abgebildet werden können (vgl. M 1).

Auf den Bildern sind geometrische Körper erkennbar. Dabei muss unterschiedlich stark von Detailmerkmalen abstrahiert werden. So sind die Stelen des Denkmals für die ermordeten Juden Europas im Zentrum Berlins relativ schnell als Quader zu identifizieren. Beim Fernsehturm muss man den unteren und oberen Teil wegdanken, um die Kugel wahrzunehmen, während etwa bei der Litfasssäule von der Haube abgesehen werden muss, wenn man den Zylinder erkennen will. Gelingt diese idealisierende Betrachtungsweise, dann sind folgende geometrische Körper erkennbar:

- Kugel (Fernsehturm/Berlin)
- Zylinder (Litfasssäule)
- Quadratische Pyramide (Louvre/Paris)
- Würfel (Stadtbibliothek Stuttgart)
- Quader (Stelenfeld/Berlin)

Die Kinder erhalten dazu folgenden Arbeitsauftrag:

Was seht ihr auf den Bildern? Beschreibt die besonderen Formen. Wisst ihr auch, wie man die einzelnen Formen nennt?

Nachdem alle die Gelegenheit hatten, sich mit den Bildern auseinanderzusetzen, werden einzelne Schüler gebeten, jeweils eine Form auf den Bildern zu beschreiben und falls möglich auch zu benennen. Die anderen Kinder der Klasse unterstützen und ergänzen die Darstellung. Anschließend erläutert die Lehrkraft, dass es sich bei allen diesen Formen um geometrische Körper handelt, benennt damit das Thema der Stunde und hält es als Überschrift an der Tafel fest.

### Material

AB/Plakat  
Geometrische Körper  
Seite 16

AB/Plakat   
Geometrische Körper  
Lösung

M 1   
Folie mit Alltagsobjekten

M 2  
Alltagsgegenstände  
Seite 17



Diese Materialien finden Sie im Internet unter [www.foerdermagazin.de/fom20120213](http://www.foerdermagazin.de/fom20120213).

© Fotolia.com

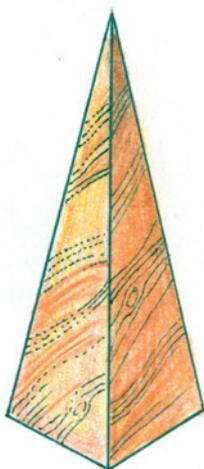




### Erarbeitung 1: Körper sortieren

Die Erarbeitungsphase beginnt mit der Einteilung der Klasse in Vierergruppen. Diese erhalten jeweils eine Reihe von Körpern, die sich einem (oder mehreren) der Begriffe Zylinder, quadratische Pyramide, Kugel, Quader bzw. Würfel zuordnen lassen. Darunter befinden sich Alltagsgegenstände, die um Holzbausteine und Verpackungen ergänzt werden (vgl. M 2).

Zu diesen Objekten erhalten die Gruppen mündlich, aber auch schriftlich zum Nachlesen während der Arbeitsphase, folgende Arbeitsaufträge:



1. Nehmt die Körper in die Hand und seht sie genau an.
2. Sortiert nach der Körperform.
3. Wenn ihr bei einem Körper nicht sicher seid, dann legt ihn zur Seite.
4. Erklärt euch gegenseitig, warum ihr den Körper zu dieser Gruppe von Körpern legt.
5. Findet möglichst viele Eigenschaften heraus, die die Körper einer Gruppe gemeinsam haben.
6. Für welche Körper kennt ihr schon einen Namen?

In dieser Phase sollen die Schüler zunächst Gelegenheit haben, sich ganz persönlich mit verschiedenen Körperformen vertraut zu machen und Erfahrungen innerhalb der Gruppe auszutauschen. Sie entdecken gemeinsame Eigenschaften der verschiedenen Körper und nutzen diese, um die Körper zu sortieren und einander ihre jeweilige Zuordnung zu begründen. Dabei wird es vorkommen, dass Würfel und Quader nicht in verschiedene Gruppen getrennt wer-

den. Dies ist eine gute Gelegenheit, um später im Plenum über die Verwandtschaft von Quadern und Würfeln zu sprechen. Dabei kann man herausarbeiten, dass die Würfel alle Eigenschaften besitzen, die auch ein Quader hat, darüber hinaus aber noch weitere Besonderheiten aufweisen. Der Würfel ist also ein Quader mit zusätzlichen Eigenschaften. Als Besonderheiten kann man für den Würfel die Tatsache herausarbeiten, dass alle Kanten gleich lang sind, oder auch, dass alle Seitenflächen Quadrate, also besondere Rechtecke sind.

### Erarbeitung 2:

#### Körperbegriffe beschreiben und raten

Im Anschluss an die Gruppenarbeitsphase fordert die Lehrkraft ein Kind aus jeder Gruppe mit folgendem Arbeitsauftrag auf, einen der Körper zu beschreiben:

Ihr habt die Körper nach ihren Eigenschaften sortiert. Beschreibe einen Körper, der noch nicht beschrieben wurde, mit Worten, ohne auf einen solchen Körper zu zeigen.

Die anderen Schüler der Klasse versuchen, den Körper zu erraten und zu benennen. Sollte noch keine Bezeichnung dafür bekannt sein, darf das jeweilige Kind, das den Begriff erraten hat, ggf. einen dazu passenden Körper der eigenen Gruppe zeigen. Anschließend wird ein entsprechendes Körpermodell aus einer Kiste ausgewählt und ein Schild mit dem Namen dazugestellt. Bei dieser Vorgehensweise nutzen die Kinder von sich aus Beschreibungsmöglichkeiten wie die Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen sowie die Formen der Begrenzungsflächen. Diese Begriffe werden die Schüler entweder direkt nennen oder ggf. umschreiben. In letzterem Fall wird gemeinsam mit der Klasse nach einer bekannten Bezeichnung dafür gesucht bzw. diese von der Lehrkraft genannt. Fällt einer der Begriffe Ecke, Kante oder Fläche, so wird er von der Lehrkraft an der Tafel festgehalten. Schwierigkeiten bei der Zuordnung oder unterschiedliche Zuordnungen der einzelnen Körper (zu den Körperformen der Einstiegsfolie) werden gemeinsam diskutiert und unter Zuhilfenahme der Körpereigenschaften gemeinsam geklärt.

### Erarbeitung 3: Steckbrief erstellen

Die Arbeitsgruppen erhalten jeweils den Auftrag, zu einem der fünf Körperformen einen Steckbrief zu erstellen, der angibt, wie viele Ecken, Kanten und Flächen der Körper besitzt. Daneben soll ggf. angegeben werden, aus wel-

chen Flächentypen (Rechteck, Dreieck, Quadrat, Kreis) sich die Oberfläche des jeweiligen Körpers zusammensetzt und wie viele es jeweils davon gibt.

Dazu wird ein Arbeitsblatt (AB) ausgeteilt, auf dem Abbildungen der fünf geometrischen Körper quadratische Pyramide, Kugel, Würfel, Quader und Zylinder abgedruckt sind. Die Schüler zählen die Ecken, Kanten und Begrenzungsflächen des Körpers und benennen die Art der Begrenzungsflächen. Sie füllen zunächst das Arbeitsblatt für ihren Körper aus und gestalten anschließend ein entsprechendes Plakat dazu. Hier ist es sinnvoll, die Schrägbilder der Körper des Arbeitsblatts größer zu kopieren und an die Gruppen zum Aufkleben auf die Plakate zu verteilen.

### Sicherung: Vorstellung der Steckbriefe

Im Anschluss an diese Gruppenarbeitsphase stellen die Gruppen nacheinander jeweils einen geometrischen Körper anhand des von ihnen erstellten Steckbriefs vor und zeigen an einem Körpermodell die Ecken, Kanten und Flächen. Alle anderen Schüler vergleichen diese Eigenschaften anhand der entsprechenden Körper auf ihrem Gruppentisch und stellen Verständnisfragen. Anschließend übernehmen alle Schüler die Inhalte des jeweiligen Plakats auf ihr Arbeitsblatt und das Plakat wird im Klassenzimmer aufgehängt.

Wenn noch Zeit bleibt, regt die Lehrkraft das Spiel „Ich sehe `was, das du nicht siehst ...“ mit Körpern an. Es kann zum Beispiel mit folgendem Satz gestartet werden: „Ich sehe `was, das du nicht siehst und das hat zwei Kanten.“ Mit diesem Spiel kann noch einmal überprüft werden, ob die Kinder eine Grundvorstellung zu den geometrischen Körpern entwickelt haben und die Eigenschaften mit diesen Vorstellungen verknüpfen können.

### Hausaufgabe:

#### Bilder den Steckbriefen zuordnen

Als Hausaufgabe sollen die Schüler ihr Arbeitsblatt vollständig ausfüllen bzw. ergänzen. Zusätzlich erhalten sie ein Blatt mit Fotos von Alltagsgegenständen (M 2), die sie ausschneiden und zum jeweils richtigen Steckbrief in die freien Flächen kleben sollen. Auf diese Weise wird noch einmal überprüft, ob es den Schülern gelingt, von einzelnen Details zu abstrahieren und die wesentlichen Eigenschaften der Körper zu erfassen. So muss etwa bei der Planierwalze die Walze als Zylinder erkannt werden. Wichtig ist daneben auch, dass die Kinder ihre Zuordnung nicht von

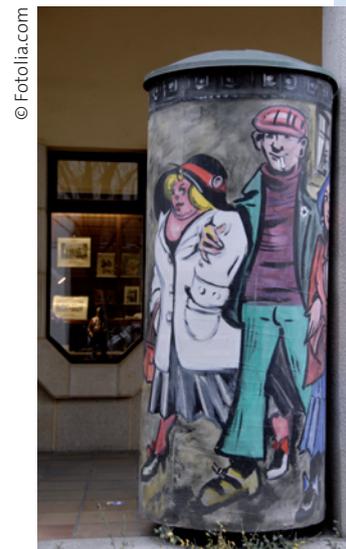
der Lage des Objekts im Raum abhängig machen. Die stehende Keksdose ist genauso ein Zylinder wie die Walze der Planierwalze. Es empfiehlt sich daher, die entsprechenden Körper im Mathematikunterricht immer Zylinder zu nennen und nicht je nach Lage im Raum einmal Walze und einmal Säule. Dass die letztgenannte Vorgehensweise wenig zielführend ist, wird auch daran deutlich, dass man einen stehenden Zylinder (Säule?) ja auch umlegen kann (Walze?), ohne dass sich dabei die Körperform ändert.

Das Bild des Geduldsspiels (Zylinder mit sehr geringer Höhe) und die relativ hohe Keksdose machen deutlich, dass die Schüler spätestens bei der Zuordnung der Fotos zu den Steckbriefen die grundsätzlichen Eigenschaften und nicht die Dimensionen der Körper in verschiedene Richtungen als Sortierungskriterium benutzen sollten. Um dies anzubahnen, ist es wichtig, bereits in der ersten Gruppenarbeitsphase Körper mit verschiedensten Dimensionierungen anzubieten.

### Zusammenfassung

- Die Schüler erarbeiten entsprechend ihrem Entwicklungsniveau einzelne Körperbegriffe.
- Sie sammeln Erfahrungen zu den Begriffen, indem sie Alltagsgegenstände auf Bildern und gegenständlich wahrnehmen und die entsprechenden Körper frei sortieren. (Vollrath/Roth 2011, S. 232 ff.)
- Sie entdecken Merkmale und wenden diese an, um die Körper zu identifizieren und einen ersten Schritt in Richtung der Erarbeitung einer Definition zu gehen. Dies wird hier altersstufengemäß zwar noch nicht vollständig umgesetzt, aber im Hinblick auf die Sekundarstufe I vorbereitet. Erst dort wird es auch möglich sein, eine kritische Reflexion der Begriffe zu erreichen. Bei der Frage der Beziehung zwischen Quadern und Würfeln kann bereits auf dieser Stufe eine erste Idee davon vermittelt werden.

Prof. Dr. Jürgen Roth • Didaktik der Mathematik • Institut für Mathematik • Universität Koblenz-Landau • Fortstraße 7 • 76829 Landau

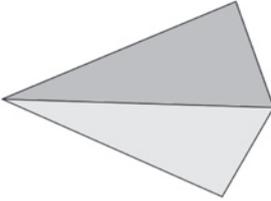
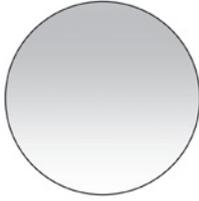


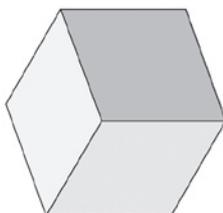
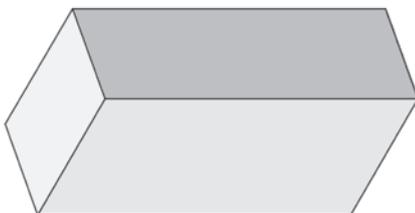
© Fotolia.com

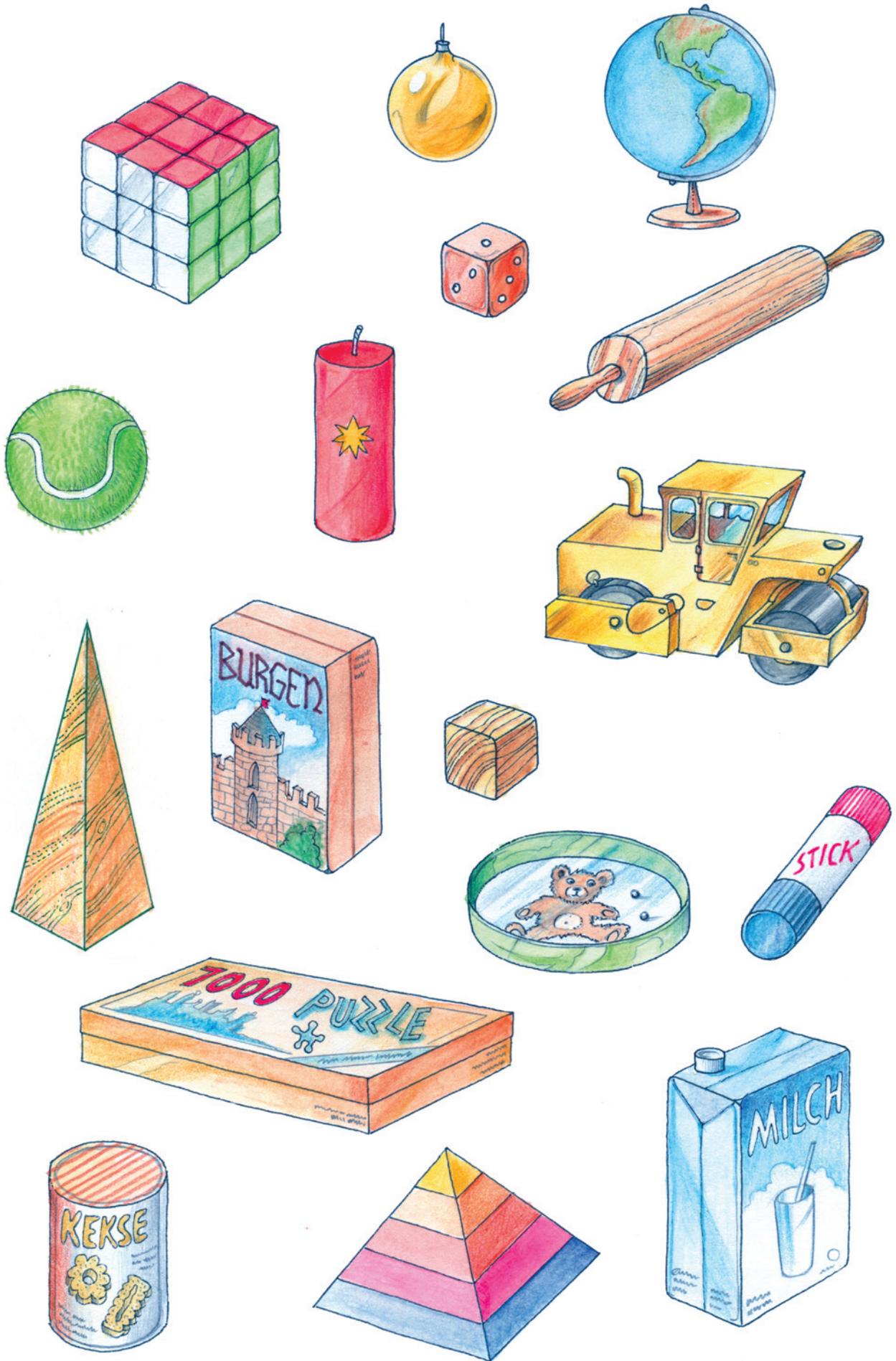


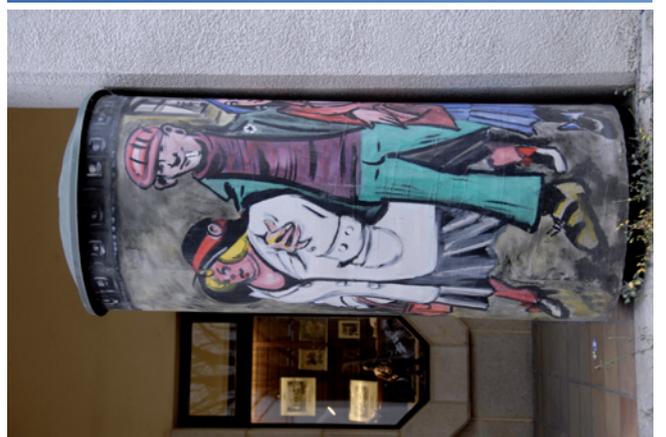
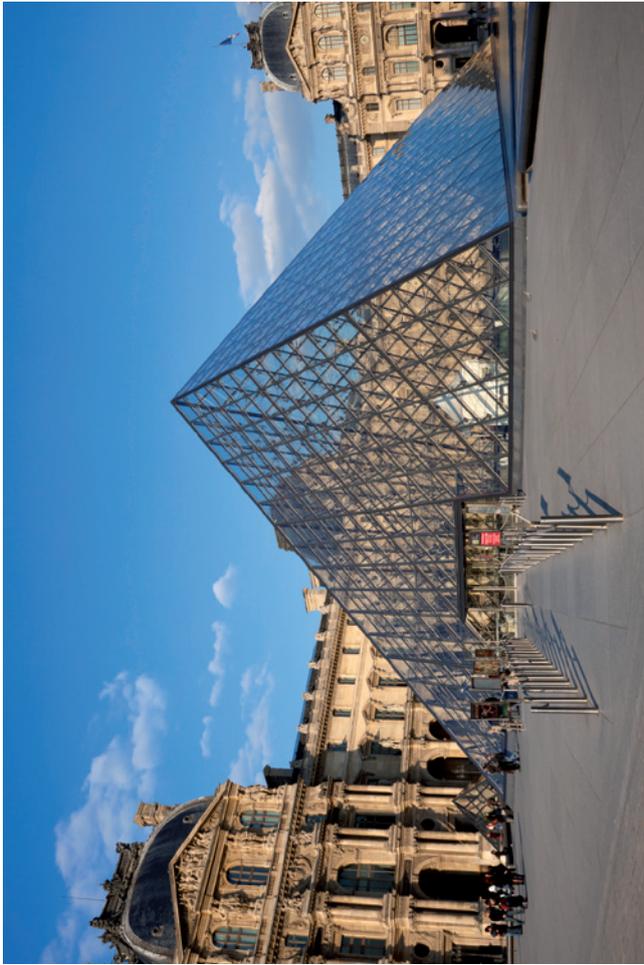
### Literatur

Vollrath, H.-J./Roth, J. (2011): *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. Heidelberg

<b>NAME:</b>	<b>KLASSE:</b>	<b>DATUM:</b>
<b>quadratische Pyramide</b>		
	Ecken (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Kanten (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Flächen: (Anzahl und Form):	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____
<b>Kugel</b>		
	Ecken (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Kanten (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Flächen (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
<b>Zylinder</b>		
	Ecken (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Kanten (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Flächen: (Anzahl und Form):	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____

<b>NAME:</b>	<b>KLASSE:</b>	<b>DATUM:</b>
<b>Geometrische Körper</b>		
<b>Würfel</b>		
	Ecken (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Kanten (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Flächen: (Anzahl und Form):	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____
<b>Quader</b>		
	Ecken (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Kanten (Anzahl): <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
	Flächen: (Anzahl und Form):	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> _____





**NAME:** \_\_\_\_\_ **KLASSE:** \_\_\_\_\_ **DATUM:** \_\_\_\_\_

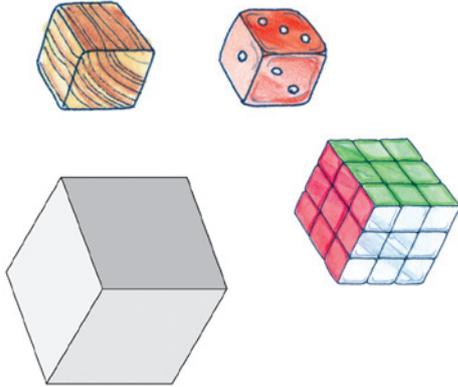
**Geometrische Körper**

**Würfel**

Ecken (Anzahl):

Kanten (Anzahl):

Flächen: (Anzahl und Form):

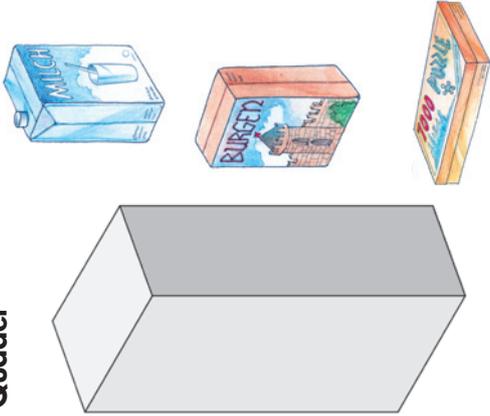


**Quader**

Ecken (Anzahl):

Kanten (Anzahl):

Flächen: (Anzahl und Form):



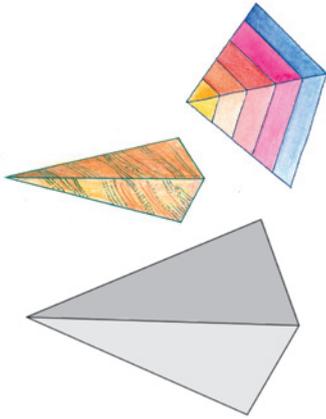
**NAME:** \_\_\_\_\_ **KLASSE:** \_\_\_\_\_ **DATUM:** \_\_\_\_\_

**quadratische Pyramide**

Ecken (Anzahl):

Kanten (Anzahl):

Flächen: (Anzahl und Form):

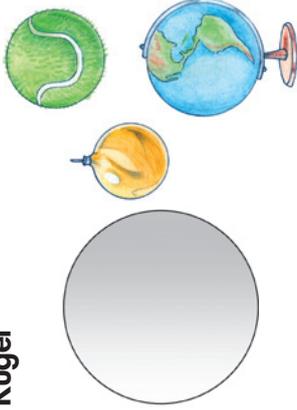


**Kugel**

Ecken (Anzahl):

Kanten (Anzahl):

Flächen (Anzahl):



**Zylinder**

Ecken (Anzahl):

Kanten (Anzahl):

Flächen: (Anzahl und Form):

