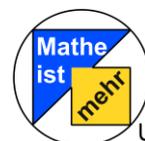




Station
„Trigonometrie des Fußballs“
- 3. Teil -

Aufgabenblätter





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Liebe Schülerinnen und Schüler!

In dieser Laborstation werdet ihr die Formeln der Trigonometrie nicht nur anwenden, sondern auch damit spielen und „nach den Sternen greifen“.

Wie war das noch einmal mit Sinus, Kosinus und Tangens? Wo sind noch einmal die Hypotenuse, die Ankathete und die Gegenkathete im rechtwinkligen Dreieck? Genau diese Fragen habt ihr euch wahrscheinlich schon oft bei Aufgaben aus der Trigonometrie im Mathematikunterricht gestellt.

Auch in dieser Laborstation hilft euch Sinus & Co bei der Lösung der Aufgaben. Doch wie wäre es damit, nicht einfach nur zu rechnen, sondern ein Fußball-Strategie-Spiel zu gewinnen?

Oder mit einem kleinen Ausflug in die Astronomie den Sonnenuntergang zu berechnen?

Bevor es dann losgehen kann, noch ein paar Tipps für die Bearbeitung der Aufgaben:

Arbeitet bitte die folgenden Aufgaben der Reihe nach durch - bitte keine Aufgaben überspringen! Falls es mit der Zeit knapp wird, dann arbeitet trotzdem der Reihe nach weiter. Notfalls bearbeitet ihr die letzten Aufgaben nicht.

Falls ihr nicht wisst, wie ihr an eine Aufgabe herangehen sollt oder bei eurer Bearbeitung stecken bleibt, könnt ihr die Hilfestellungen (kleines Heft) nutzen. Wenn es zur jeweiligen Aufgabe eine Hilfestellung gibt, könnt ihr dies am Symbol  am Rand neben der Aufgabe erkennen. Nutzt diese bitte nur, wenn ihr sie auch benötigt!

Wenn eine Simulation zu einem Thema vorhanden ist und verwendet werden soll, könnt ihr das am Symbol  am Rand neben der Aufgabe erkennen.

Das Symbol  verweist darauf, dass hier mit einem gegenständlichen Modell gearbeitet werden soll.

Die Simulationen und weiterführende Informationen zum Thema eurer Laborstation, findet ihr auf der Internetseite des Mathematik-Labors „Mathe ist mehr“ unter der Adresse www.mathe-labor.de oder www.mathe-ist-mehr.de.

Wir wünschen Euch viel Spaß beim Experimentieren und Entdecken!

Das Mathematik-Labor-Team





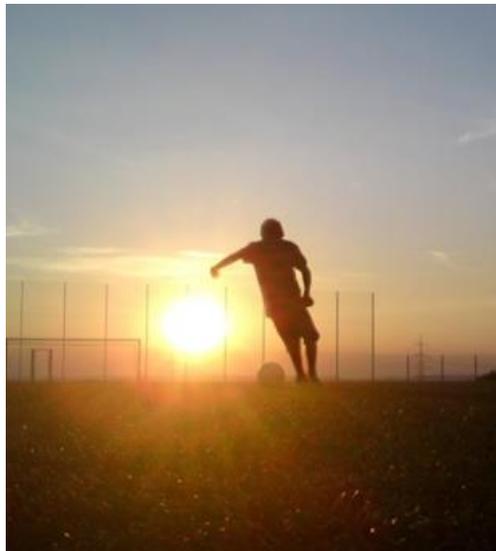
Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 1: Astronomische Grundlagen

Das Fußballspiel eurer Schulmannschaft gegen das Gymnasium Hintertupfingen steht kurz bevor. Das Spiel soll auf dem Uni-Sportplatz in Landau morgen Abend stattfinden. Da der Platz kein Flutlicht hat, müsst ihr euch genau überlegen, wann das Spiel spätestens beginnen muss, damit euer Team nicht im Dunkeln spielen muss.

Wann geht die Sonne unter?



Im ersten Teil macht ihr einen Ausflug in die Astronomie. Hier lernt Ihr wie die Sonne sich am Himmel bewegt und warum sie sich bewegt wie sie sich bewegt.

Im zweiten Teil berechnet ihr wann morgen die Sonne im Süden steht und wie lang der morgige Tag vom Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang wird.

Im letzten Teil errechnet ihr mithilfe des Sonnenhöchststandes und der Tageslänge den Zeitpunkt des Sonnenuntergangs und könnt dadurch den Spielbeginn festlegen!



Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 1: Astronomische Grundlagen

Gradnetz des Himmels

Informiert euch auf der Mathe-Ist-Mehr-Homepage über das Gradnetz der Erde und des Himmels und beantwortet anschließend die folgenden Fragen



Auf welchem Breitengrad liegt der Äquator?

	Richtig	falsch
90° südliche Breite		
0°		
90° nördliche Breite		

In wie viele Breitengrade ist die Erde eingeteilt?

	richtig	falsch
360		
90		
180		

Durch welche Stadt verläuft der 0. Längengrad?

	Richtig	falsch
Nancy/ Frankreich		
Cork/ Irland		
Greenwich/ Großbritannien		

Welche Längengrade haben ein negatives Vorzeichen?

	richtig	falsch
Die Längengrade westlich von Greenwich		
Die Längengrade östlich von Greenwich		
Kein Längengrad		

In wie viele Längengrade ist die Erde eingeteilt worden?

	Richtig	falsch
180		
360		
90		

Welche Breitengrade haben ein positives Vorzeichen?

	richtig	falsch
Die Breitengrade auf der Südhalbkugel		
Kein Breitengrad		
Die Breitengrade auf der Nordhalbkugel		



Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 1: Astronomische Grundlagen

Erdumlaufbahn

Ergänzt den untenstehenden Lückentext und beantwortet die folgenden Fragen nachdem ihr euch den Lehrfilm „Die Jahreszeiten“ auf der Mathe-Ist-Mehr-Homepage angeschaut habt



Die Erde dreht sich einmal im Jahr _____
 und innerhalb von 24 Stunden _____.

Den Wechsel der Jahreszeiten verdanken wird
 _____.

Einmal am Tag steht die Sonne im Süden an ihrem höchsten
 Punkt. Markiert man alle Sonnenhöchststände an allen Tagen
 im Jahr auf der Erdkugel erhält man die _____.

Wie oft steht die Sonne am Äquator im Zenit?

	Richtig	falsch
Zweimal im Jahr		
Immer		
Jeden zweiten Tag		

Wie steht der Äquator zur Ekliptik?

	Richtig	falsch
Senkrecht		
um 23,5° geneigt		
um 40° geneigt		

Wann ist auf der Nordhalbkugel Winter?

	richtig	falsch
Wenn die Nordhalbkugel der Sonne abgewandt ist		
Wenn die Nordhalbkugel der Sonne zugewandt ist		

Wann geht die Sonne genau im Osten auf und im Westen unter?

	richtig	falsch
Am Winteranfang		
Am Sommeranfang		
Am Frühlingsanfang		



Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 1: Astronomische Grundlagen

Neigung der Erdachse

Die Ekliptik ist zum Äquator geneigt und beschreibt die Sonnenhöchststände eines ganzen Jahres. Beobachtet am Modell „Globus“ die unterschiedlichen Abstände zwischen Ekliptik und Äquator wenn ihr die Erdkugel dreht. Diesen Abstand nennt man Deklination und wird im Gradmaß ausgedrückt.

Material

- Globus



Merksatz:

Deklination =

Breitengrad des Äquators – Breitengrad der Ekliptik (ohne Vorzeichen)

Beantwortet nun mithilfe des Modells „Globus“ folgende Fragen:

- Welcher Tag hat die geringste Deklination?

- An welchem Tag gibt es die höchste Deklination?

- Wann ist die Deklination 0?

Öffnet die Simulation „Sonnenhöchststand“ und verändert die Deklination über den Schieberegler.





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

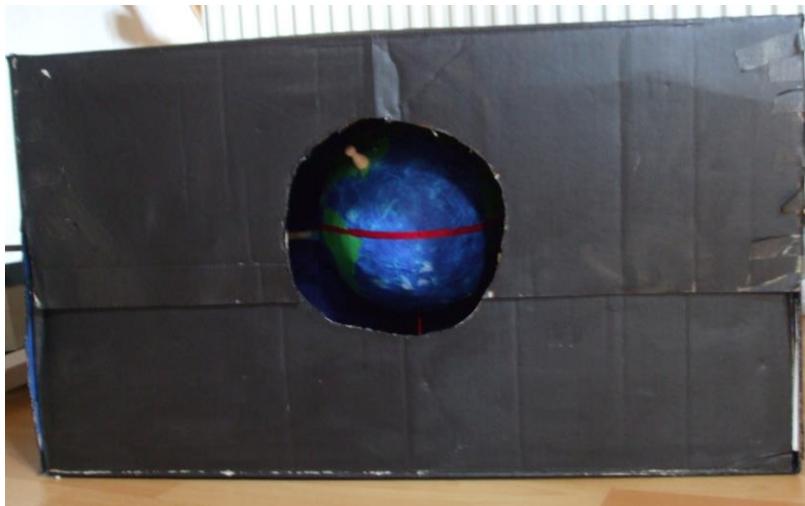
Aufgabe 1: Astronomische Grundlagen

Tageslänge

Außerdem kann euch das Modell „Black Box“ dabei helfen, die unterschiedlichen Tageslängen vorzustellen.

Material

- Black Box



Beschreibt in ein paar kurzen Sätzen wie die Deklination mit der Tageslänge und dem Datum zusammenhängt.





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 1: Astronomische Grundlagen

Sonnenauf- und Sonnenuntergang

Beantwortet mithilfe der Simulation „Sonnenhöchststand“ die folgenden Fragen!

Sonnenaufgang

	SO	O	NO	NW	W	SW
Längster Tag des Jahres						
Kürzester Tag des Jahres						
Tag- und Nacht-Gleiche						

Sonnenuntergang

	SO	O	NO	NW	W	SW
Längster Tag des Jahres						
Kürzester Tag des Jahres						
Tag- und Nacht-Gleiche						

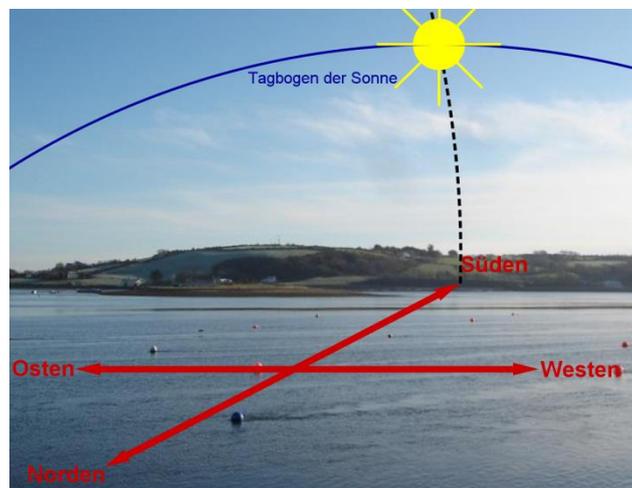
In welcher Himmelsrichtung kann man an jedem Tag den Höchststand der Sonne beobachten?

	Richtig	falsch
Süden		
Osten		
Westen		
Norden		

Merksätze:

„Der Sonne steht immer in der Mitte des Tagbogens am höchsten!“

„Die Sonne liegt bei Sonnenhöchststand auf dem Längengrad durch den Zenit über dem Beobachter!“





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 2: Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes

Auf der vorherigen Seite haben wir festgestellt, dass der Sonnenhöchststand an jedem Tag und in jedem Ort immer im Süden ist. Im Mittelalter sagte man, wenn die Sonne im Süden steht ist 12 Uhr Mittag. Das heißt an jedem Ort auf der Welt herrschte damals eine andere Zeitrechnung.

Ortszeitdifferenz

Mit der Erfindung der Eisenbahn, konnte man weite Strecken in kurzer Zeit zurücklegen. Dadurch mussten Kaufleute ständig die Uhr umstellen, wenn sie zum Beispiel von Köln nach Berlin reisen wollten. 1893 wurde aus diesem Grund ein neues Zeitmaß eingeführt. Man teilte die Erde entlang der Längengrade in 24 Zeitzonen ein.

In unserer Zeitzone ist 12 Uhr, wenn in Görlitz die Sonne im Süden steht. In einer Stadt im Osten von Görlitz ist somit die Sonne vor 12 Uhr im Süden. In einer Stadt im Westen von Görlitz ist die Sonne nach 12 Uhr im Süden.

Regel:

$$\text{Ortszeitdifferenz} = (\text{Unser Längengrad} - \text{Längengrad von Görlitz}) \cdot \frac{4 \text{ min}}{1^\circ}$$

Wie groß ist die Ortszeitdifferenz zwischen Landau (Längengrad: $-8,1925^\circ$) und Görlitz (Längengrad: -15°)?

Rechnung:

--





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 2: Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes

Mittlere Ortszeit

Doch diese einfache Umrechnungsmethode ist fehlerhaft. Eigentlich müssten vom einen bis zum nächsten Sonnenhöchststand genau 24 Stunden vergehen, doch dies ist nur sehr selten der Fall. Die elliptische Umlaufbahn und die Neigung der Erdachse verursachen den „Fehler“ in der Tageslänge.

Mithilfe der Zeitgleichung ergänzt oder reduziert man die Tageslänge, sodass ein Tag genau 24 Stunden hat. Mit den Werten im „Kalender der Zeitgleichung“ korrigiert man die Uhrzeit.

Regel:

$$MEZ = 12 \text{ h} + \text{Zeitgleichung} + \text{Ortszeitdifferenz}$$

Wann steht die Sonne morgen in Landau nach Mitteleuropäischer Zeit am höchsten?

Rechnung:

--

Mitteleuropäische Sommerzeit

Seit dem Jahre 1980 wird am letzten Sonntag im März die Uhr eine Stunde vorgestellt und im am letzten Sonntag im Oktober eine Stunde zurückgestellt.

Regel:

„Liegt das Datum des Fußballspiels in diesem Zeitraum müsst ihr zu eurem bisherigen Ergebnis eine Stunde addieren!“

Wann steht morgen die Sonne am höchsten?

_____ : _____ : _____ Uhr



Mathematik-Labor

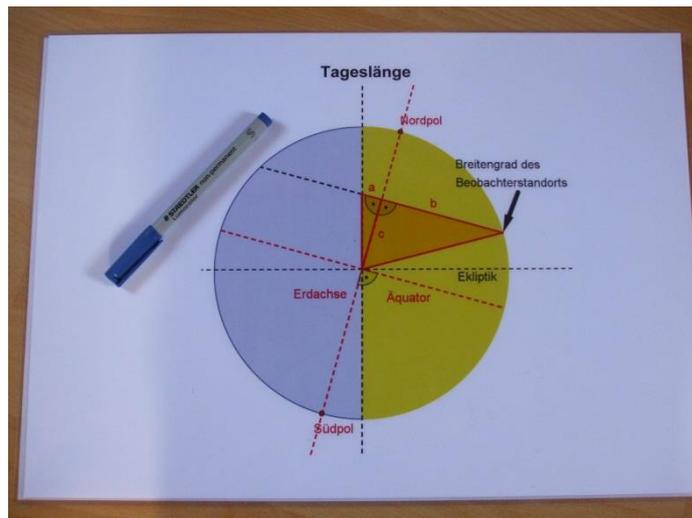
Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 3: Die Tageslänge

Nehmt euch die Grafik „Tageslänge“, und den Foliestift zur Hand. Die Grafik ist aus der Simulation „Sonnenhöchststand“ entnommen. Zusätzlich sind zwei rechtwinklige Hilfsdreiecke eingezeichnet. Sie helfen uns die Tageslänge zu berechnen.

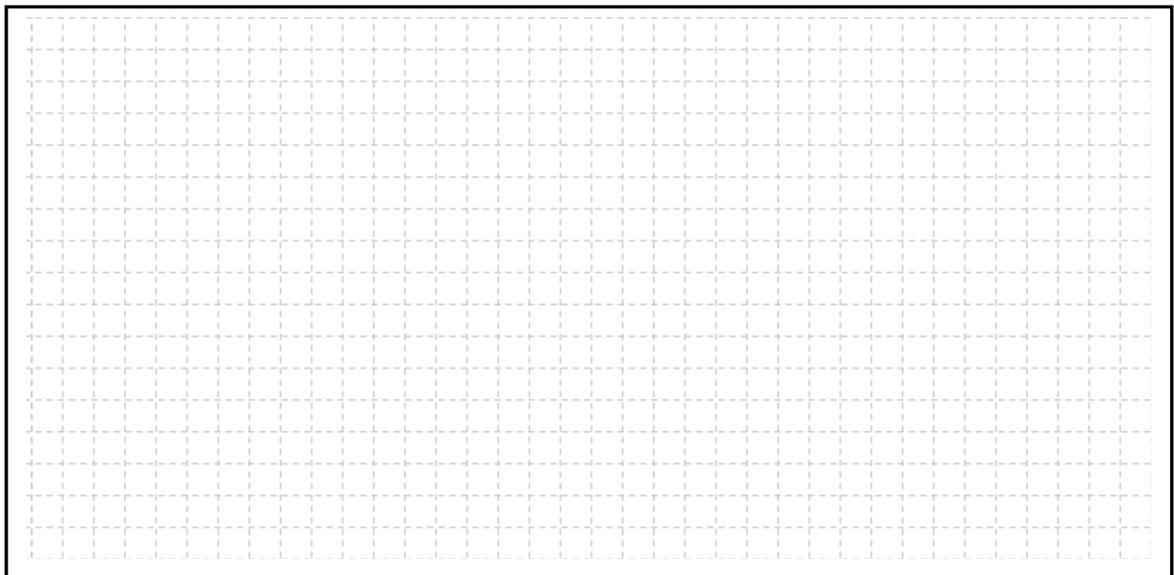
Material

- Grafik „Tageslänge“
- Foliestift



Wie wir bereits festgestellt haben, ist die Tageslänge abhängig von der Deklination.

- a) Zeichnet mit dem Foliestift den Winkel der Deklination in die Grafik ein!
Entspricht dieser Winkel einem Winkel in den Hilfsdreiecken? Begründet eure Antwort!





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 3: Die Tageslänge

- b) Zeichnet den Winkel des Breitengrades in die Skizze ein! Kann mithilfe dieses Winkels ein Winkel der Dreiecke beschrieben werden?

Rechnung

- c) Wir nehmen in der Grafik an, dass der Querschnitt der Erde den Radius 1 hat. Welche Strecke in den beiden rechtwinkligen Dreiecken hat die Länge 1? Beschriftet die Strecke mit ihrem Wert.
- d) Öffne nun die Simulation „Tageslänge 1“ und verändere die Deklination mithilfe des Schiebereglers.
Ist die Strecke a, b oder c von der Deklination abhängig?

Strecke a Strecke b Strecke c

- e) Wie kann man die von der Deklination unabhängigen Strecken berechnen?

Rechnung





Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 3: Die Tageslänge

- f) Wie kann man die von der Deklination abhängige Strecke berechnen? Benutze die in der Grafik bereits eingezeichneten Strecken und Winkel.



Rechnung

- g) Berechnet mit der auf der vorherigen Seite hergeleiteten Formel die Strecke a für das morgige Datum und den Breitengrad von Landau ($= 49,354^\circ$)! Den Wert der Deklination für das entsprechende Datum findet ihr im „Kalender der Deklination“



Rechnung



Mathematik-Labor

Station „Trigonometrie des Fußballs“ – 3. Teil –

Aufgabe 3: Die Tageslänge

- h) Öffne nun die Simulation „Tageslänge 2“ und verändert die Deklination mit dem Schieberegler.
Berechnet den Winkel α mithilfe des Ergebnisses für die Strecke a !

Rechnung

--

- i) Ermittelt mithilfe des Winkels α den Winkel des Tagbogens für den morgigen Tag!

Rechnung

--

- j) Berechne mit dem Tagbogenwinkel die Tageslänge!

Rechnung

--

Die Tageslänge am Tag des Fußballspiels gegen das Gymnasium
Hintertupfingen beträgt...

_____ Stunden _____ Minuten _____ Sekunden



Mathematik-Labor „Mathe-ist-mehr“
Universität Koblenz-Landau
Institut für Mathematik
Prof. Dr. Jürgen Roth
Fortstraße 7
76829 Landau

www.mathe-ist-mehr.de
www.mathe-labor.de

Zusammengestellt von:
Eva-Maria Marz

Betreut von:
Prof. Dr. Jürgen Roth

Veröffentlicht am:
05.06.2013