GeoGebra-Tag für Studienseminare 2025

Einstieg in die Differentialrechnung mit GeoGebra

Martin Dexheimer

Organisatorisches

GeoGebra-Institut Landau (RLP)

- **Workshopleitung**
  - Martin Dexheimer, StD
  - GeoGebra Institute Trainer (seit März 2014)
  - Lehrer (Ma, Sk, Inf, MuG), Organisationsleiter an der IGS Eisenberg ...Vielfalt leben
  - MaTeGnu-Multiplikator

    (**Ma**thematik mit **Te**chnologieeinsatz an **G**rundvorstellungen orientiert **n**achhaltig **u**nterrichten)

    Link: https://dms.nuw.rptu.de/mategnu

Organisatorisches

GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

- **GeoGebra-Institut Landau (RLP)**
  - Multiplikatoren-Netzwerk
  - nur drei Institute in D (weitere: Köln/Bonn, Würzburg)
- **GeoGebra-RLP-Wiki (https://dms.nuw.rptu.de/geogebrainstitut)**
  - Viele Lernvideos und Übungsaufgaben
  - Fortbildungsmaterialien (Suche: „Benutzer:M.Dexheimer")

Übersicht über den Workshop

GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

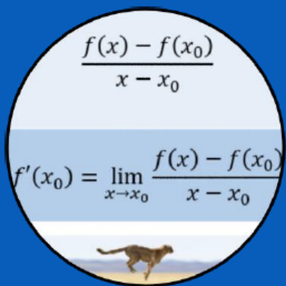
- **Inhalte**
  - Grundvorstellungen zur Ableitung
  - Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra
  - Praxisbeispiele
  - Technische Umsetzung
  - Übungsphase
  - Unterstützungshinweise

Übersicht über den Workshop

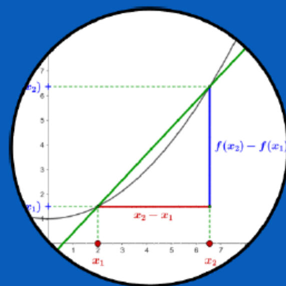
- **Inhalte**
  - **Grundvorstellungen zur Ableitung**
  - Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra
  - Praxisbeispiele
  - Technische Umsetzung
  - Übungsphase
  - Unterstützungshinweise

Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff

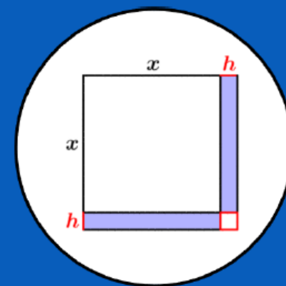
GeoGebra-Institut Landau (RLP)



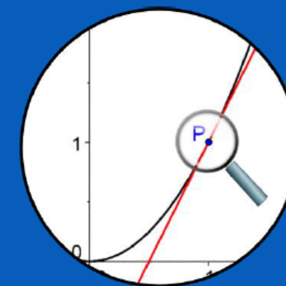
Lokale Änderungsrate



Tangenten-steigung



Verstärkungs-faktor



lokale lineare Approximation

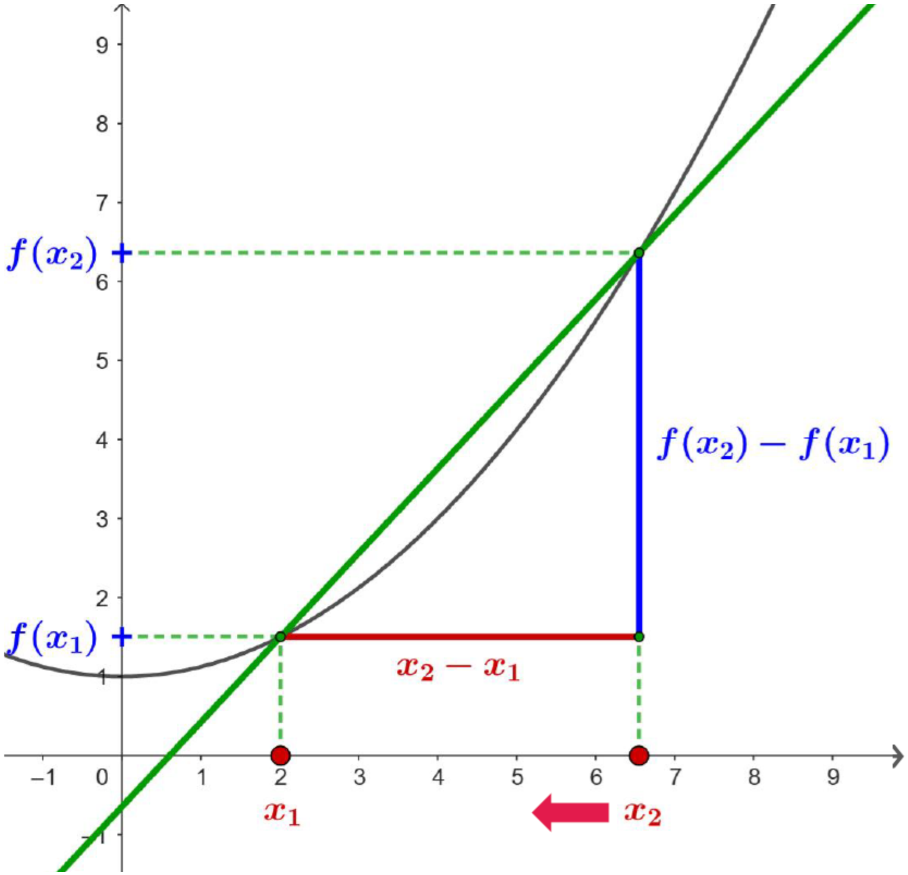
Quelle: Roth, J.; Digel, S. (2023): „Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff“ aus einer GeoGebra-Lernumgebung zum Projekt MaTeGnu, verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/mxxhepef [01.11.2023]

Ableitung als lokale Änderungsrate

Formale Darstellung	Inhaltliche Erläuterung	
$f(x_0)$	Bestand	Bis zum Zeitpunkt x_0 zurückgelegter Weg.
$f(x) - f(x_0)$	absolute Änderung	In der Zeit von x_0 bis x zurückgelegter Weg.
$\dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	relative Änderung / (mittlere) Änderungsrate	In der Zeit von x_0 bis x zurückgelegter Weg bezogen auf die Zeitspanne $x - x_0$. (**Durchschnittsgeschwindigkeit** im Zeitintervall $[x_0, x]$)
$f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	momentane / lokale Änderungsrate	**Momentangeschwindigkeit** zum Zeitpunkt x_0.

Quelle: Roth, J.; Digel, S. (2023): „Ableitung als lokale Änderungsrate“ aus einer GeoGebra-Lernumgebung zum Projekt MaTeGnu, verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/zsuvdmjc [01.11.2023]

Ableitung als Tangentensteigung

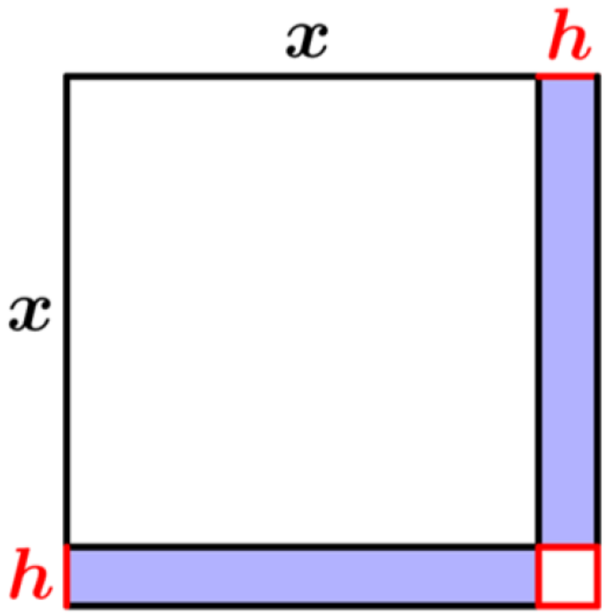


- **Schritt 1**
  Definition der Steigung einer Kurve im Punkt P über die Steigung der Tangente in P
- **Schritt 2**
  Tangente als Grenzlage von Sekanten
- **Schritt 3**
  Berechnung der Tangentensteigung als Grenzwert von Sekantensteigungen

Quelle: Roth, J.; Digel, S. (2023): „Ableitung als Tangentensteigung" aus einer GeoGebra-Lernumgebung zum Projekt MaTeGnu, verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/uchduad4 *[01.11.2023]*

Ableitung als Verstärkungsfaktor

GeoGebra-Institut
Landau (RLP)



- Die Ableitung gibt an, wie stark sich die Änderung der unabhängigen Variable auf die abhängige Variable auswirkt.

- Hohe Werte der Ableitung bedeuten schnelle/starke Änderung der Funktionswerte.

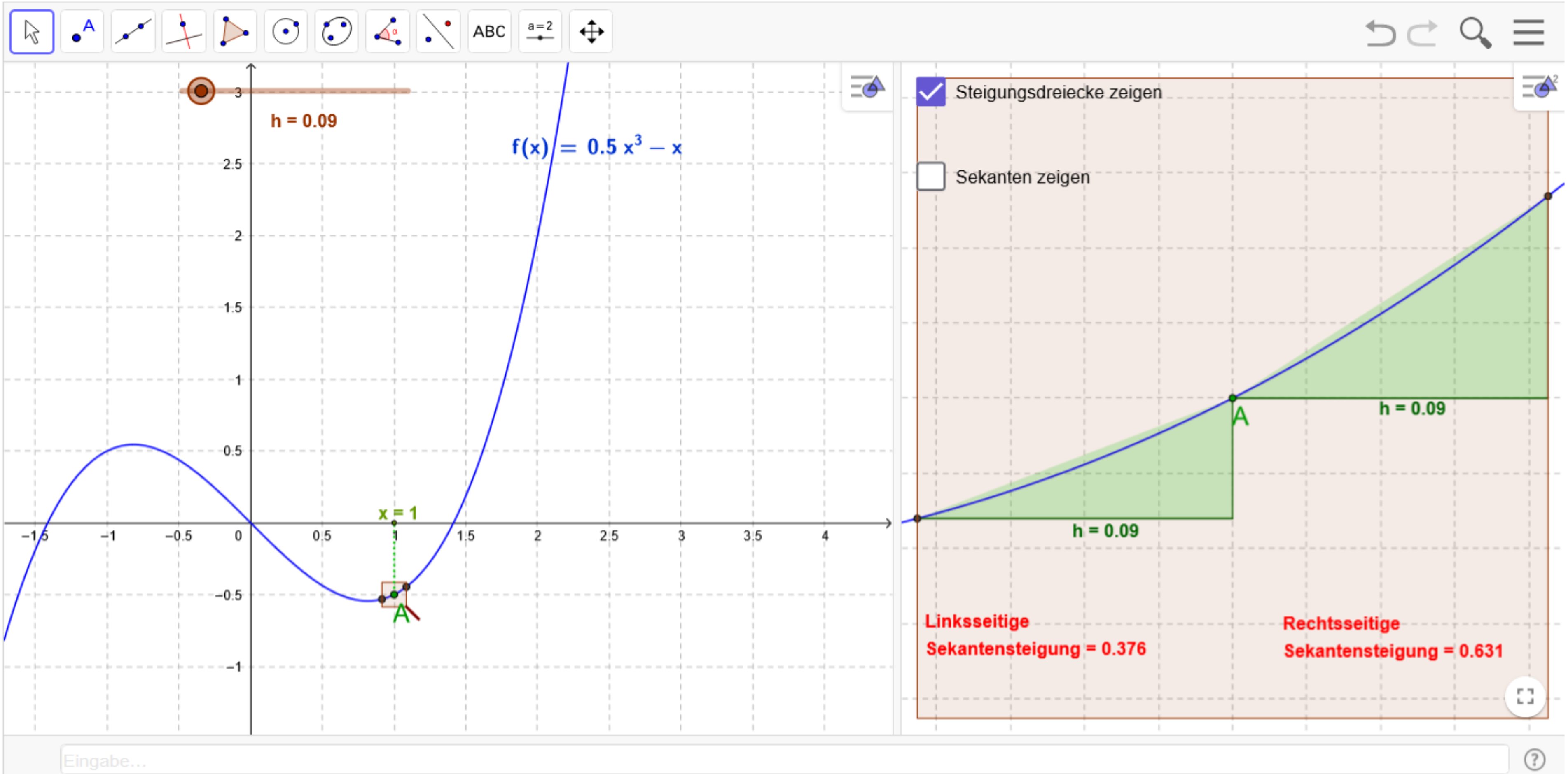
- Für kleine Änderungen Δx gilt:

$$\Delta y \approx f'(x) \cdot \Delta x$$
$$= 2x \cdot h$$

Quelle: Roth, J.; Digel, S. (2023): „Ableitung als Verstärkungsfaktor“ aus einer GeoGebra-Lernumgebung zum Projekt MaTeGnu, verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/cqdjax3m [01.11.2023]

Ableitung als lokale lineare Approximation

GeoGebra-Institut Landau (RLP)



Quelle: Roth, J.; Digel, S., A. Hilgers (2023): „Ableitung als lokale lineare Approximation" aus einer GeoGebra-Lernumgebung zum Projekt MaTeGnu, verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/cqdjax3m [01.11.2023]

Übersicht über den Workshop

GeoGebra-Institut Landau (RLP)

- **Inhalte**
  - Grundvorstellungen zur Ableitung
  - **Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra**
  - Praxisbeispiele
  - Technische Umsetzung
  - Übungsphase
  - Unterstützungshinweise

Digitale Werkzeuge ↔ Digitale Lernumgebungen

GeoGebra-Institut Landau (RLP)

Digitale Werkzeuge

sind Universalwerkzeuge zur mathematischen Problemlösung und müssen durch die Nutzer:in, durch geeignete Ausgestaltung, zu Spezialwerkzeugen für den jeweiligen Zweck gemacht werden.

Digitale Lernumgebungen

setzen einen Rahmen für das selbstständige Mathematik-Lernen. Dazu werden – häufig von Lehrpersonen – unter anderem Applets auf der Basis von digitalen Werkzeugen zur Unterstützung von selbstständigen Lernprozessen von Lernenden in die digitale Lernumgebung integriert.

Wann sollte was genutzt werden?

- **Digitales Werkzeug**
  Primäres Lernziel ist die Ausbil-dung von Nutzungsexpertise bzgl. des verwendeten digitalen Werkzeugs zur Problemlösung bzw. Aufgabenbearbeitung.
  → Die selbständige Nutzung des digitalen Werkzeugs ist sinnvoll.
- **Digitale Lernumgebungen**
  Primäres Lernziel besteht darin, einen mathematischen Inhalt zu durchschauen und zu verstehen.
  → Die Einbindung in eine digitale Lernumgebung ist sinnvoll.

Quelle: Roth, J.; Digel, S., A. Hilgers (2023): „Ableitung als lokale lineare Approximation" aus einer GeoGebra-Lernumgebung zum Projekt MaTeGnu, verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/k9szjqkw [01.11.2023]

Vorüberlegung

GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

- **Wie kann GeoGebra hierbei unterstützen?**

  - “Gibt es...? Wie verändert sich...? Ist das immer so...?
    - Interaktivität von GeoGebra nutzen

  - Gefahr des „Erklären-Wollens“ unterbinden
    - gestufte Hilfen anbieten (Kontrollkästchen und bedingte Sichtbarkeit nutzen)

  - Beweisschritte anbieten, Argumentationen einfordern
    - Schieberegler als Schrittfolge nutzen, Arbeitsaufträge entsprechend gestalten

Arbeitsaufträge gestalten

- **Idee zur Strukturierung einer Aufgabenstellung**

  1) Hypothesen aufstellen lassen
  2) Experimentieren „anstoßen“
  3) „Sichtbares“ beschreiben und begründen
  4) Reflektieren (Verifizieren/Falsifizieren der Hypothese)
  5) Ergebnis dokumentieren

Vgl. Vollrath, H.-J.; Roth, J. (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. 2. Auflage. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, S. 220.

Übersicht über den Workshop

- **Inhalte**
  - Grundvorstellungen zur Ableitung
  - Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra
  - **Praxisbeispiele**
  - Technische Umsetzung
  - Übungsphase
  - Unterstützungshinweise

Gepard

Link: https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3

Praxisbeispiele

GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

- **AB zur Näherung der momentanen Geschwindigkeit**
  - https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/yfxh3pts
- **AB zur Steigung einer Funktion**
  - https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/hsqtvp7g
- **AB zum Graphischen Ableiten im MMS**
  - https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/nsur888n

Übersicht über den Workshop

GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

- **Inhalte**
  - Grundvorstellungen zur Ableitung
  - Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra
  - Praxisbeispiele
  - **Technische Umsetzung**
  - Übungsphase
  - Unterstützungshinweise

Im Workshop wurde vorgestellt

GeoGebra-Institut Landau (RLP)

- (Schieberegler)
- Kontrollkästchen für bedingte Sichtbarkeit
- Auf Punktkoordinaten zugreifen
- Eingabefelder
- LaTeX-Ausdrücke
- Konstruktionsprotokoll verwenden

Übersicht über den Workshop

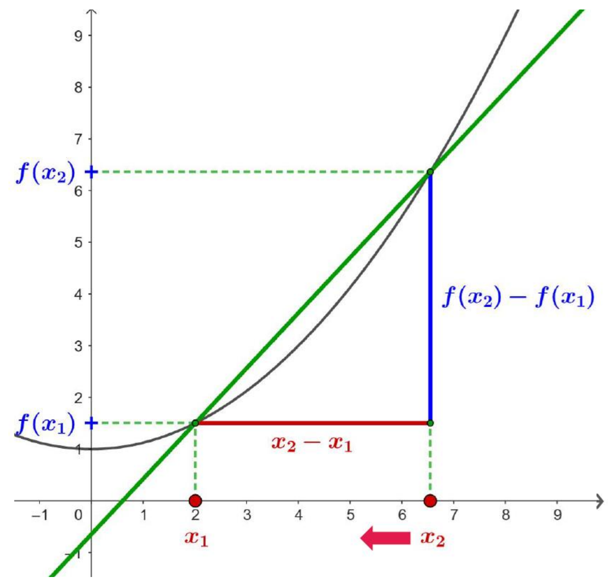
- **Inhalte**
  - Grundvorstellungen zur Ableitung
  - Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra
  - Praxisbeispiele
  - Technische Umsetzung
  - **Übungsphase**
  - Unterstützungshinweise

GeoGebra-Institut Landau (RLP)

Rekonstruieren Sie das Applet zur Tangentensteigung:

https://www.geogebra.org/m/cxcswcs3#material/uchduad4

- Konstruktionsprotokoll nachvollziehen, selbständig rekonstruieren, Veränderungen vornehmen
- Selbständig Steigungsdreieck an Funktion konstruieren
- Komplettes Applet selbständig rekonstruieren, inkl. Eingabe der abgelesenen Werte



Addon: AB erstellen, das SuS anleitet, das Applet teilweise selbständig zu konstruieren

Übersicht über den Workshop

- **Inhalte**
  - Grundvorstellungen zur Ableitung
  - Vorüberlegungen zur Unterstützung durch GeoGebra
  - Praxisbeispiele
  - Technische Umsetzung
  - Übungsphase
  - **Unterstützungshinweise**

Unterstützungsangebote

GeoGebra-Institut Landau (RLP)

- **GeoGebra Hilfe**
  - Anleitungen: https://wiki.geogebra.org/de/Anleitungen
  - Handbuch: https://wiki.geogebra.org/de/Handbuch
  - Forum: https://help.geogebra.org/
- **Lernvideos (verwaltet vom GeoGebra Institut RLP)**
  - Link:
    - https://dms.nuw.rptu.de/geogebrainstitut/index.php/Lehr-_und_Lernvideos
  - Anfrage per Mail
    - an mich unter martin.dexheimer@web.de

Haben Sie Fragen?

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!