

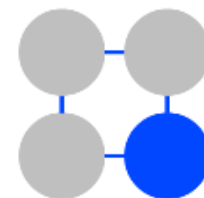


Martin Dexheimer

# GeoGebra für Fortgeschrittene und didaktische Einbindungsmöglichkeiten in den Mathematikunterricht



UNIVERSITÄT  
KOBLENZ · LANDAU



Didaktik der  
Mathematik  
(Sekundarstufen)



- **Workshopleitung**
  - Martin Dexheimer (dexheimer@uni-landau.de)
  - GeoGebra Institute Trainer (seit März 2014)
- **GeoGebra-Institut Landau (RLP)**
  - Multiplikatoren-Netzwerk
  - nur drei Institute in Deutschland (weitere: Köln/Bonn, Würzburg)
- **GeoGebra-RLP-Wiki ([landau.geogebra-institut.de](http://landau.geogebra-institut.de))**
  - Viele Lernvideos und Übungsaufgaben
  - Materialien zu dieser Fortbildung (Suche: „Benutzer:M.Dexheimer“)



<b>Zeit</b>	<b>Inhalt/Thematische Ausrichtung</b>
<b>11.30 – 13.00 Uhr</b>	Workshop 1: Einsatz des Schiebereglers an verschiedenen Beispielen aus der Sek. I
<b>13:00 – 13:45 Uhr</b>	Mittagspause
<b>13:45 – 15:15 Uhr</b>	Workshop 2: Nutzung des GeoGebra-CAS
<b>15:15 – 15:30 Uhr</b>	Kaffeepause
<b>15:30 – 17:00 Uhr</b>	Workshop 3: Nutzung der 3D-Grafikansicht im Rahmen der analytischen Geometrie



- **Eigenschaften von**

GeoGebra

- Dynamisches Geometriesystem (bzw. Dynamisches Mathematiksystem)
- umfassende Möglichkeiten zur Umsetzung geometrischer, algebraischer, statistischer und analytischer Inhalte
- benutzerfreundliche Oberfläche
- gute Exportmöglichkeiten, bereits fast 200.000 Materialien auf der GeoGebraTube verfügbar
- Kostenlos, open-source
- Plattformübergreifend (Win, Mac, Linux, Chrome, Android, iOS, Windows Phone)



- **GeoGebra kann...**

- als Präsentationsmedium genutzt werden

oder

- zur Erstellung von digitalen Arbeitsblättern dienen und somit vorbereitet als Lernumgebung in den Unterricht integriert werden

oder

- selbst Unterrichtsgegenstand sein, sodass SuS damit konstruieren und experimentieren können.

# Ansichten von GeoGebra (1)



The screenshot shows the GeoGebra application window with the title bar 'GeoGebra' and the user logged in as 'Angemeldet als martin.dexheimer\_1'. The menu bar includes 'Datei', 'Bearbeiten', 'Ansicht', 'Einstellungen', 'Werkzeuge', 'Fenster', and 'Hilfe'. The toolbar contains various geometric construction tools like a mouse cursor, text 'A', vectors, lines, polygons, circles, and a coordinate grid. Below the toolbar are two tabs: 'Algebra' and 'Grafik'. The 'Grafik' view is active, displaying a 2D Cartesian coordinate system with axes ranging from -4 to 6. A context menu titled 'Perspektiven' is open, listing the following view options: Algebra, Geometrie, Tabelle, CAS, 3D Grafik, and Statistik. An arrow points from the text 'Perspektivenauswahl' to the 'Perspektiven' menu.

**Perspektivenauswahl**

**Perspektiven**

- Algebra
- Geometrie
- Tabelle
- CAS
- 3D Grafik
- Statistik

Eingabe:

# Ansichten von GeoGebra (2)



The screenshot shows the GeoGebra application window with the following components:

- Menu Bar:** Datei, Bearbeiten, Ansicht, Einstellungen, Werkzeuge, Fenster, Hilfe. User: Angemeldet als martin.dexheimer\_1.
- Toolbar:** Contains icons for selection, text, line, vector, circle, ellipse, triangle, angle, and other geometric tools. A blue box highlights the selection tool.
- Algebra View:** Labeled "Algebra-ansicht", currently empty.
- Grafik View:** Labeled "Grafikansicht", showing a coordinate system with x and y axes ranging from -4 to 2 and -2 to 6 respectively. An arrow points to the toolbar from the label "Werkzeuggeste".
- Tabelle View:** Labeled "Tabellen-ansicht", showing a table with columns A and B and rows 1 through 17.

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		

Algebra-ansicht

Grafikansicht

Werkzeuggeste

Tabellen-ansicht

Eingabe:

# Ansichten von GeoGebra (3)



The screenshot displays the GeoGebra application window with the following components:

- Top Bar:** Includes menu options (Datei, Bearbeiten, Ansicht, Einstellungen, Werkzeuge, Fenster, Hilfe) and the user name "Angemeldet als martin.dexheimer\_1".
- Toolbar:** Contains various geometric construction tools such as point, line, circle, and 3D objects, along with an algebra view icon (ABC) and a navigation tool.
- Views:**
  - CAS-ansicht:** A window with a table containing the number "1".
  - Grafik-ansicht:** A 2D Cartesian coordinate system with x and y axes ranging from -1 to 3.
  - Grafik-ansicht 2:** A second 2D Cartesian coordinate system with x and y axes ranging from -2 to 2.
  - 3D-Grafik-ansicht:** A 3D coordinate system with x, y, and z axes. The z-axis ranges from -1 to 4. The xy-plane is shaded gray, and several points and lines are plotted in 3D.
- Bottom Bar:** Features an input field labeled "Eingabe:" and a view toggle icon.





Workshop 1:

# Einsatz des Schiebereglers an verschiedenen Bsp. aus der Sek. I



UNIVERSITÄT  
KOBLENZ · LANDAU





- **Am Ende dieses Workshops können Sie...**
  - ... bezogen auf die Leitideen „Funktionaler Zusammenhang“, „Raum und Form“ und „Daten und Zufall“ verschiedene Einsatzmöglichkeiten des Schiebereglers benennen.
  - ... den Schieberegler in digitalen Arbeitsblättern für die Sek. I adäquat einsetzen.
  - ... den Schieberegler als Element für mehrstufige Argumentations- und Beweisprozesse nutzen.
  - ... den Schieberegler als Werkzeug zur Differenzierung nutzen.
  - ... den Schieberegler mit Eingabefeldern kombinieren.



- **Quadratische Funktionen untersuchen (Grafik-Ansicht und Eingabezeile)**
  - Legen Sie eine allgemeine quadratische Funktion in Ihrer Scheitelpunktform  $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$  an.
  - Lassen Sie die Schieberegler für die Parameter  $a$ ,  $d$  und  $e$  durch Kontrollkästchen oder einen Schieberegler nacheinander einblenden.



## • Beweis zum Satz des Thales

- Konstruieren Sie einen Halbkreis mit zugehörigem Thales-Dreieck so, dass nur der Eckpunkt, an dem der rechte Winkel entsteht auf dem Halbkreis bewegbar ist.
- Fügen Sie sämtliche Elemente ein, die zur Beweisführung, dass dort stets ein rechter Winkel entsteht, nötig sind.
- Lassen Sie die angelegten Elemente durch einen Schieberegler so nacheinander einblenden, dass der Beweis schrittweise nachvollzogen werden kann.
- Weiter kann die Möglichkeit der Animation an diesem Beispiel ausprobiert und das Konstruktionsprotokoll als nützliches Hilfsmittel kennen gelernt werden.



## • Binomialverteilung

- Erstellen Sie ein Histogramm zu einer Binomialverteilung, wobei sich die Erfolgswahrscheinlichkeit  $p$  und die Wiederholungszahl  $n$  per Eingabefeld verändern lassen.



- **Worauf zu achten ist:**

- Schüleradäquate Sprache
- Differenzierungsmöglichkeiten bieten
- gestufte Hilfestellungen anbieten

Vgl. Vollrath, H.-J.; Roth, J. (2012):  
*Grundlagen des Mathematik-  
unterrichts in der Sekundarstufe.*  
2. Auflage. Heidelberg: Spektrum  
Akademischer Verlag, S. 220.

- **Idee zur Strukturierung einer Aufgabenstellung**

- 1) Hypothesen aufstellen lassen
- 2) Experimentieren „anstoßen“
- 3) „Sichtbares“ beschreiben und begründen
- 4) Reflektieren (Verifizieren/Falsifizieren der Hypothese)
- 5) Ergebnis dokumentieren





Workshop 2:

# Nutzung des GeoGebra CAS



UNIVERSITÄT  
KOBLENZ · LANDAU







- **Am Ende dieses Workshops können Sie...**
  - ... einfache Berechnungen im GeoGebra-CAS durchführen.
  - ... Gleichungen schrittweise äquivalent umformen und lösen.
  - ... Schnittpunkte, Ableitung und Stammfunktion einer Funktion ermitteln.
  - ... CAS-Ansicht und Grafik-Ansicht sinnvoll vernetzen.
  - ... einfache Berechnungen mit Matrizen durchführen.





## • Übung 1: Umgekehrte Kurvendiskussion (Steckbriefaufgabe)

- Von einer Funktion dritten Grades seien folgende Informationen gegeben:
  - Der Punkt  $(2 \mid 2)$  liegt auf dem Funktionsgraphen.
  - Bei  $(1 \mid 1)$  liegt ein Sattelpunkt vor.
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

## • Übung 2: LGS lösen

- Gegeben seien folgende zwei Gleichungen:
  - $x + y + z = 50$
  - $2 \cdot x + y + 2 \cdot z = 60$
- Geben Sie alle Lösungen des dazugehörigen LGS an.





Workshop 3:

# Nutzung der 3D-Grafikansicht im Rahmen der analyt. Geometrie



UNIVERSITÄT  
KOBLENZ · LANDAU





- **Am Ende dieses Workshops können Sie...**
  - ... Punkte und Körper in der GeoGebra-3D-Ansicht anlegen.
  - ... verschiedene 3D-Ansichten nutzen.
  - ... Ebenen in Parameter- und Koordinatenform in der 3D-Ansicht anlegen.
  - ... Schnitte zwischen Geraden, Gerade und Ebene sowie Ebenen in der 3D-Ansicht geometrisch bestimmen.
  - ... eine einfache Modellierungsaufgabe in der 3D-Ansicht umsetzen.
  - ... verschiedene Möglichkeiten des Einsatzes von GeoGebra auf Tablets und Smartphones benennen.





## • Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen

- Gegeben sind die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -16 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ sowie}$$

die Ebene  $E_1: 2x + 4y + z = 8$

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Ebenen  $E_1$  mit den Koordinatenachsen.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.
- Die Ebene  $E_2$  wird von den beiden Geraden  $g$  und  $h$  aufgespannt. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der beiden Ebenen und lassen Sie ggf. die Schnittgerade ausgeben.



# Kubushäuser in Helmond von Piet Blom



GeoGebra-Institut  
Landau (RLP)



„Kubuswoningen Speelhuisplein Helmond“ von Geert C. Smulders at nl.wikipedia. Lizenziert unter CC BY-SA 3.0 über Wikimedia Commons - [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kubuswoningen\\_Speelhuisplein\\_Helmond.jpg#/media/File:Kubuswoningen\\_Speelhuisplein\\_Helmond.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kubuswoningen_Speelhuisplein_Helmond.jpg#/media/File:Kubuswoningen_Speelhuisplein_Helmond.jpg)



## • Kubushäuser als Modellierungsanlass (3D-Grafikansicht)

- Welche geometrischen Formen kann die Bodenfläche (parallel zum Erdboden) annehmen?
- Wann wird die Bodenfläche maximal?





- **Einsatzmöglichkeiten**

1. GeoGebra App
2. GeoGebraTube
3. GeoGebra Web-App
4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



## • Einsatzmöglichkeiten

### 1. GeoGebra App

- derzeit nur für iPads, Windows- und Android-Tablets
- bald auch für Smartphones (!)
- Download unter: <https://www.geogebra.org/download>
- Keine Internetverbindung notwendig, App muss installiert sein
- bietet sich an, wenn Schüler/innen in GeoGebra selbstständig Konstruktionen, Kalkulationen etc. vornehmen
- direkte Nutzung der GeoGebraTube möglich (siehe unten), hierbei ist jedoch eine Internetverbindung notwendig

### 2. GeoGebraTube

### 3. GeoGebra Web-App

### 4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



## • Einsatzmöglichkeiten

1. GeoGebra App

### 2. **GeoGebraTube**

- fast 200.000 vorgefertigte Materialien verfügbar, eigene Materialien können geuploaded werden
- keine spezielle App notwendig, lediglich HTML5-fähiger Browser
- Internetverbindung notwendig
- Link: <http://tube.geogebra.org/>
- bietet sich an, wenn bereits vorgefertigte Materialien zum Einsatz kommen sollen

3. GeoGebra Web-App

4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



## • Einsatzmöglichkeiten

1. GeoGebra App

2. GeoGebraTube

### 3. **GeoGebra Web-App**

- Funktioniert bereits auf Smartphones
- keine spezielle App notwendig, lediglich HTML5-fähiger Browser
- Internetverbindung notwendig
- Link: <https://web.geogebra.org/app/>
- bietet sich an, wenn Schüler/innen in GeoGebra selbstständig Konstruktionen, Kalkulationen etc. vornehmen, die Tablet-App jedoch nicht installiert ist

4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



## • Einsatzmöglichkeiten

1. GeoGebra App
2. GeoGebraTube
3. GeoGebra Web-App
4. **GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks**
  - Materialien mit Erläuterungen, Aufgaben etc. als elektronisches "Buch" bündeln
  - Hinweise unter: <https://www.youtube.com/watch?v=17ISu5NxYEs>
  - Alternative: GeoGebraBook, Hinweise unter: [http://wiki.geogebra.org/de/GeoGebraBook\\_erstellen](http://wiki.geogebra.org/de/GeoGebraBook_erstellen)





- **Achten Sie bei vorgefertigten Materialien zum Tableteinsatz darauf, dass...**
  - veränderbare Elemente groß genug sind, um sie mit dem Finger bewegen zu können
  - Schieberegler stets rechts unten platziert werden
  - nach Möglichkeit alle nicht benötigten Menü-Elemente beim Export entfernen.



- **(ältere) GeoGebra Anleitungen im GeoGebra Wiki**
  - Link: <http://archive.geogebra.org/de/wiki/index.php/Anleitungen>
- **GeoGebra Hilfe**
  - Anleitungen: <http://wiki.geogebra.org/de/Anleitungen>
  - Handbuch: <http://wiki.geogebra.org/de/Handbuch>
  - Forum: <http://forum.geogebra.org/>
- **Lernvideos (verwaltet vom GeoGebra Institut RLP)**
  - Link: [http://wikis.zum.de/geogebra-rlp/GeoGebra-RLP-Tagung\\_2012](http://wikis.zum.de/geogebra-rlp/GeoGebra-RLP-Tagung_2012)
- **Anfrage per Mail**
  - an mich unter [dexheimer@uni-landau.de](mailto:dexheimer@uni-landau.de)

# Haben Sie Fragen?



GeoGebra-Institut  
Landau (RLP)





**Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit!**