

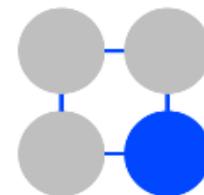


Martin Dexheimer

GeoGebra für Fortgeschrittene und didaktische Einbindungsmöglichkeiten in den Mathematikunterricht



UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU



Didaktik der
Mathematik
(Sekundarstufen)



- **Workshopleitung**
 - Martin Dexheimer (dexheimer@uni-landau.de)
 - GeoGebra Institute Trainer (seit März 2014)
- **GeoGebra-Institut Landau (RLP)**
 - Multiplikatoren-Netzwerk
 - nur drei Institute in Deutschland (weitere: Köln/Bonn, Würzburg)
- **GeoGebra-RLP-Wiki (landau.geogebra-institut.de)**
 - Viele Lernvideos und Übungsaufgaben
 - Materialien zu dieser Fortbildung (Suche: „Benutzer:M.Dexheimer“)



Zeit	Inhalt/Thematische Ausrichtung
11.30 – 13.00 Uhr	Workshop 1: Einsatz des Schiebereglers an verschiedenen Beispielen aus der Sek. I
13:00 – 13:45 Uhr	Mittagspause
13:45 – 15:15 Uhr	Workshop 2: Nutzung des GeoGebra-CAS
15:15 – 15:30 Uhr	Kaffeepause
15:30 – 17:00 Uhr	Workshop 3: Nutzung der 3D-Grafikansicht im Rahmen der analytischen Geometrie



- **Eigenschaften von**

GeoGebra

- Dynamisches Geometriesystem (bzw. Dynamisches Mathematiksystem)
- umfassende Möglichkeiten zur Umsetzung geometrischer, algebraischer, statistischer und analytischer Inhalte
- benutzerfreundliche Oberfläche
- gute Exportmöglichkeiten, bereits fast 200.000 Materialien auf der GeoGebraTube verfügbar
- Kostenlos, open-source
- Plattformübergreifend (Win, Mac, Linux, Chrome, Android, iOS, Windows Phone)



- **GeoGebra kann...**

- als Präsentationsmedium genutzt werden

oder

- zur Erstellung von digitalen Arbeitsblättern dienen und somit vorbereitet als Lernumgebung in den Unterricht integriert werden

oder

- selbst Unterrichtsgegenstand sein, sodass SuS damit konstruieren und experimentieren können.

Ansichten von GeoGebra (1)



The screenshot shows the GeoGebra application window. The title bar reads 'GeoGebra' and the user is logged in as 'Angemeldet als martin.dexheimer_1'. The menu bar includes 'Datei', 'Bearbeiten', 'Ansicht', 'Einstellungen', 'Werkzeuge', 'Fenster', and 'Hilfe'. The toolbar contains various icons for drawing and editing, including a mouse cursor, text 'A', line, circle, triangle, and a coordinate system. Below the toolbar are two tabs: 'Algebra' and 'Grafik'. The main workspace is split into two panes. The 'Grafik' pane shows a 2D coordinate system with axes ranging from -4 to 6. A context menu is open over the coordinate system, titled 'Perspektiven'. The menu items are: Algebra, Geometrie, Tabelle, CAS, 3D Grafik, and Statistik. An arrow points from the text 'Perspektivenauswahl' to the 'Tabelle' option in the menu.

Perspektivenauswahl

- Perspektiven
- Algebra
- Geometrie
- Tabelle
- CAS
- 3D Grafik
- Statistik

Ansichten von GeoGebra (2)



The screenshot shows the GeoGebra application window with the following components:

- Menu Bar:** Datei, Bearbeiten, Ansicht, Einstellungen, Werkzeuge, Fenster, Hilfe. User: Angemeldet als martin.dexheimer_1.
- Toolbar:** Contains icons for selection, text, line, vector, circle, ellipse, triangle, angle, and other geometric tools. A blue box highlights the selection tool.
- Algebra View:** Labeled "Algebra-ansicht", currently empty.
- Graphics View:** Labeled "Grafikansicht", showing a coordinate system with x and y axes ranging from -4 to 2 and -2 to 6 respectively. An arrow points to the toolbar from the label "Werkzeuggeste".
- Table View:** Labeled "Tabellen-ansicht", showing a table with columns A and B and rows 1 through 17.

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		

Eingabe:

Ansichten von GeoGebra (3)



The screenshot shows the GeoGebra application window with the following components:

- Top Bar:** "Datei Bearbeiten Ansicht Einstellungen Werkzeuge Fenster Hilfe" and "Angemeldet als martin.dexheimer_1".
- Toolbar:** Contains various icons for geometric construction, including points, lines, circles, and planes, along with an "ABC" icon and a navigation arrow.
- Views:**
 - CAS:** A text input field with the number "1".
 - Grafik:** A 2D Cartesian coordinate system with x-axis from -1 to 3 and y-axis from -2 to 6.
 - Grafik 2:** A second 2D Cartesian coordinate system with x-axis from -2 to 2 and y-axis from -2 to 5.
 - 3D Grafik:** A 3D coordinate system with a blue vertical z-axis (0 to 4), a red horizontal x-axis, and a green horizontal y-axis. A gray plane is shown at z=0. A 3D mouse cursor is visible at the bottom right.
- Bottom Bar:** An "Eingabe:" input field.



Workshop 1:

Einsatz des Schiebereglers an verschiedenen Bsp. aus der Sek. I



UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU





- **Am Ende dieses Workshops können Sie...**
 - ... bezogen auf die Leitideen „Funktionaler Zusammenhang“, „Raum und Form“ und „Daten und Zufall“ verschiedene Einsatzmöglichkeiten des Schiebereglers benennen.
 - ... den Schieberegler in digitalen Arbeitsblättern für die Sek. I adäquat einsetzen.
 - ... den Schieberegler als Element für mehrstufige Argumentations- und Beweisprozesse nutzen.
 - ... den Schieberegler als Werkzeug zur Differenzierung nutzen.
 - ... den Schieberegler mit Eingabefeldern kombinieren.



- **Quadratische Funktionen untersuchen (Grafik-Ansicht und Eingabezeile)**
 - Legen Sie eine allgemeine quadratische Funktion in Ihrer Scheitelpunktform $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$ an.
 - Lassen Sie die Schieberegler für die Parameter a , d und e durch Kontrollkästchen oder einen Schieberegler nacheinander einblenden.



• Beweis zum Satz des Thales

- Konstruieren Sie einen Halbkreis mit zugehörigem Thales-Dreieck so, dass nur der Eckpunkt, an dem der rechte Winkel entsteht auf dem Halbkreis bewegbar ist.
- Fügen Sie sämtliche Elemente ein, die zur Beweisführung, dass dort stets ein rechter Winkel entsteht, nötig sind.
- Lassen Sie die angelegten Elemente durch einen Schieberegler so nacheinander einblenden, dass der Beweis schrittweise nachvollzogen werden kann.
- Weiter kann die Möglichkeit der Animation an diesem Beispiel ausprobiert und das Konstruktionsprotokoll als nützliches Hilfsmittel kennen gelernt werden.



• Binomialverteilung

- Erstellen Sie ein Histogramm zu einer Binomialverteilung, wobei sich die Erfolgswahrscheinlichkeit p und die Wiederholungszahl n per Eingabefeld verändern lassen.



- **Worauf zu achten ist:**

- Schüleradäquate Sprache
- Differenzierungsmöglichkeiten bieten
- gestufte Hilfestellungen anbieten

Vgl. Vollrath, H.-J.; Roth, J. (2012):
Grundlagen des Mathematik-
unterrichts in der Sekundarstufe.
2. Auflage. Heidelberg: Spektrum
Akademischer Verlag, S. 220.

- **Idee zur Strukturierung einer Aufgabenstellung**

- 1) Hypothesen aufstellen lassen
- 2) Experimentieren „anstoßen“
- 3) „Sichtbares“ beschreiben und begründen
- 4) Reflektieren (Verifizieren/Falsifizieren der Hypothese)
- 5) Ergebnis dokumentieren





Workshop 2:

Nutzung des GeoGebra CAS



UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU





- **Am Ende dieses Workshops können Sie...**
 - ... einfache Berechnungen im GeoGebra-CAS durchführen.
 - ... Gleichungen schrittweise äquivalent umformen und lösen.
 - ... Schnittpunkte, Ableitung und Stammfunktion einer Funktion ermitteln.
 - ... CAS-Ansicht und Grafik-Ansicht sinnvoll vernetzen.
 - ... einfache Berechnungen mit Matrizen durchführen.





• Übung 1: Umgekehrte Kurvendiskussion (Steckbriefaufgabe)

- Von einer Funktion dritten Grades seien folgende Informationen gegeben:
 - Der Punkt $(2 \mid 2)$ liegt auf dem Funktionsgraphen.
 - Bei $(1 \mid 1)$ liegt ein Sattelpunkt vor.
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

• Übung 2: LGS lösen

- Gegeben seien folgende zwei Gleichungen:
 - $x + y + z = 50$
 - $2 \cdot x + y + 2 \cdot z = 60$
- Geben Sie alle Lösungen des dazugehörigen LGS an.





Workshop 3:

Nutzung der 3D-Grafikansicht im Rahmen der analyt. Geometrie



UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU





- **Am Ende dieses Workshops können Sie...**
 - ... Punkte und Körper in der GeoGebra-3D-Ansicht anlegen.
 - ... verschiedene 3D-Ansichten nutzen.
 - ... Ebenen in Parameter- und Koordinatenform in der 3D-Ansicht anlegen.
 - ... Schnitte zwischen Geraden, Gerade und Ebene sowie Ebenen in der 3D-Ansicht geometrisch bestimmen.
 - ... eine einfache Modellierungsaufgabe in der 3D-Ansicht umsetzen.
 - ... verschiedene Möglichkeiten des Einsatzes von GeoGebra auf Tablets und Smartphones benennen.





• Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen

- Gegeben sind die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -16 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ sowie}$$

die Ebene $E_1: 2x + 4y + z = 8$

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Ebenen E_1 mit den Koordinatenachsen.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.
- Die Ebene E_2 wird von den beiden Geraden g und h aufgespannt. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der beiden Ebenen und lassen Sie ggf. die Schnittgerade ausgeben.

Kubushäuser in Helmond von Piet Blom



GeoGebra-Institut
Landau (RLP)



„Kubuswoningen Speelhuisplein Helmond“ von Geert C. Smulders at nl.wikipedia. Lizenziert unter CC BY-SA 3.0 über Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kubuswoningen_Speelhuisplein_Helmond.jpg#/media/File:Kubuswoningen_Speelhuisplein_Helmond.jpg



• Kubushäuser als Modellierungsanlass (3D-Grafikansicht)

- Welche geometrischen Formen kann die Bodenfläche (parallel zum Erdboden) annehmen?
- Wann wird die Bodenfläche maximal?





- **Einsatzmöglichkeiten**

1. GeoGebra App
2. GeoGebraTube
3. GeoGebra Web-App
4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



• Einsatzmöglichkeiten

1. GeoGebra App

- derzeit nur für iPads, Windows- und Android-Tablets
- bald auch für Smartphones (!)
- Download unter: <https://www.geogebra.org/download>
- Keine Internetverbindung notwendig, App muss installiert sein
- bietet sich an, wenn Schüler/innen in GeoGebra selbstständig Konstruktionen, Kalkulationen etc. vornehmen
- direkte Nutzung der GeoGebraTube möglich (siehe unten), hierbei ist jedoch eine Internetverbindung notwendig

2. GeoGebraTube

3. GeoGebra Web-App

4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



• Einsatzmöglichkeiten

1. GeoGebra App

2. **GeoGebraTube**

- fast 200.000 vorgefertigte Materialien verfügbar, eigene Materialien können geuploaded werden
- keine spezielle App notwendig, lediglich HTML5-fähiger Browser
- Internetverbindung notwendig
- Link: <http://tube.geogebra.org/>
- bietet sich an, wenn bereits vorgefertigte Materialien zum Einsatz kommen sollen

3. GeoGebra Web-App

4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



• Einsatzmöglichkeiten

1. GeoGebra App
2. GeoGebraTube
- 3. GeoGebra Web-App**
 - Funktioniert bereits auf Smartphones
 - keine spezielle App notwendig, lediglich HTML5-fähiger Browser
 - Internetverbindung notwendig
 - Link: <https://web.geogebra.org/app/>
 - bietet sich an, wenn Schüler/innen in GeoGebra selbstständig Konstruktionen, Kalkulationen etc. vornehmen, die Tablet-App jedoch nicht installiert ist
4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks



- **Einsatzmöglichkeiten**

1. GeoGebra App
2. GeoGebraTube
3. GeoGebra Web-App

- 4. GeoGebra-Einbindung in Apple iBooks und GeoGebraBooks**

- Materialien mit Erläuterungen, Aufgaben etc. als elektronisches "Buch" bündeln
- Hinweise unter: <https://www.youtube.com/watch?v=17ISu5NxYEs>
- Alternative: GeoGebraBook, Hinweise unter: http://wiki.geogebra.org/de/GeoGebraBook_erstellen



- **Achten Sie bei vorgefertigten Materialien zum Tableteinsatz darauf, dass...**
 - veränderbare Elemente groß genug sind, um sie mit dem Finger bewegen zu können
 - Schieberegler stets rechts unten platziert werden
 - nach Möglichkeit alle nicht benötigten Menü-Elemente beim Export entfernen.



- **(ältere) GeoGebra Anleitungen im GeoGebra Wiki**
 - Link: <http://archive.geogebra.org/de/wiki/index.php/Anleitungen>
- **GeoGebra Hilfe**
 - Anleitungen: <http://wiki.geogebra.org/de/Anleitungen>
 - Handbuch: <http://wiki.geogebra.org/de/Handbuch>
 - Forum: <http://forum.geogebra.org/>
- **Lernvideos (verwaltet vom GeoGebra Institut RLP)**
 - Link: http://wikis.zum.de/geogebra-rlp/GeoGebra-RLP-Tagung_2012
- **Anfrage per Mail**
 - an mich unter dexheimer@uni-landau.de

Haben Sie Fragen?



GeoGebra-Institut
Landau (RLP)





**Vielen Dank für Ihre
Aufmerksamkeit!**